



## Dynamique des Systèmes Mécaniques

---

### Equilibre pour arbres haute vitesse

#### Rendu

Groupe	Cas d'étude

#### Membres

Nom	Prénom	Signature

#### Consignes :

- Le rendu doit être téléchargé sur moodle sous forme de PDF à la fin du projet.
- Remplissez **tous les champs prédéfinis dans les sections 2, 3, et 4.**
- Indiquez **toujours les unités** à la suite des valeurs numériques.
- Indiquez **optionnellement les formules mathématiques** utilisées.
- Utilisez **optionnellement les sections de discussion** pour détailler vos calculs.
- Soignez les schémas et graphiques.
- Les schémas peuvent être faits à la main.
- Il est conseillé d'implémenter un code Matlab et de l'utiliser pour générer les graphiques.

## 1. Calculs préliminaires

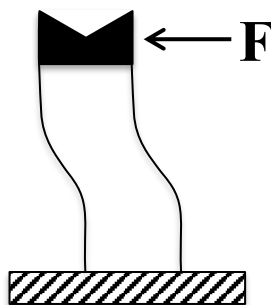
Rotor	Masse	$m_r$
Rotor	Moment d'inertie selon y (calculé dans le CdG du rotor)	$J_{ry}$
Rotor	Moment d'inertie selon z (calculé dans le CdG du rotor)	$J_{rz}$
Balourd	Distance entre position du balourd et CdG du rotor	$L_u$
Support 1	Distance au CdG du rotor	$L_{s1}$
Support 2	Distance au CdG du rotor	$L_{s2}$
Lame	Rigidité selon x	$k_{lx}$
Lame	Rigidité selon z	$k_{lz}$
Courroie	Rigidité section 1	$k_{c1}$
Courroie	Rigidité section 2	$k_{c2}$
Courroie	Rigidité section 3	$k_{c3}$
Courroie	Rigidité section 4	$k_{c4}$
Courroie	Rigidité section 5	$k_{c5}$
Courroie	Rigidité section 6	$k_{c6}$
Courroie	Rigidité section 7	$k_{c7}$

Que pouvez-vous dire de la rigidité des lames selon  $z$  ? Quelle hypothèse peut-on faire ?

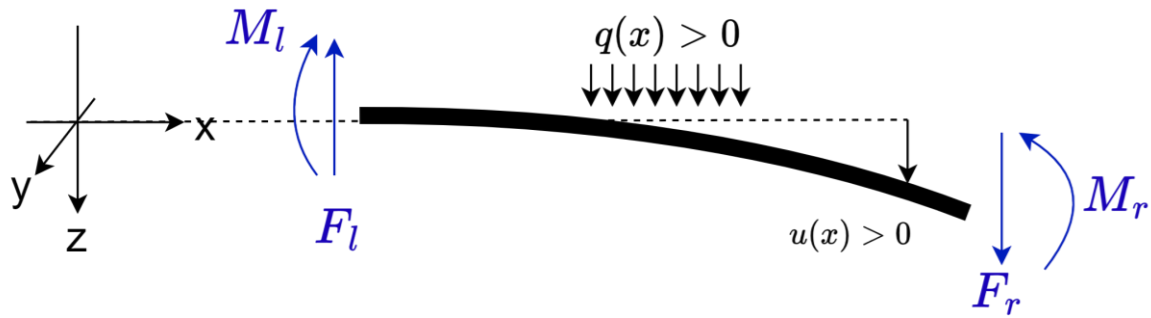
### Discussion

### Précisions

L'équation pour la rigidité des lames est dépendante de leurs conditions aux limites, que l'on peut ici considérer comme encastrees. Utilisez Euler-Bernoulli pour identifier la rigidité des lames lorsque elles est soumis à une force laterale.



## Rappel: Théorie des poutres Euler Bernoulli



Pour une poutre d'Euler-Bernoulli, il est vrai que  $\frac{d^2}{dx^2} \left( EI \frac{d^2}{dx^2} u(x) \right) = q(x)$

Où  $u(x)$  est le déplacement de la poutre le long de l'axe  $z$ , et  $q$  est la charge répartie.

Pour calculer la rigidité des lames, puisque  $EI$  est constant le long de  $x$  et que l'on sait qu'une force  $F$  agit à l'extrémité de la poutre, nous pouvons écrire l'équation d'Euler-Bernoulli sous la forme d'une équation différentielle du troisième ordre:

$$EI \frac{d^3}{dx^3} u(x) = -F$$

Utilisez cette équation pour trouver la rigidité demandée.

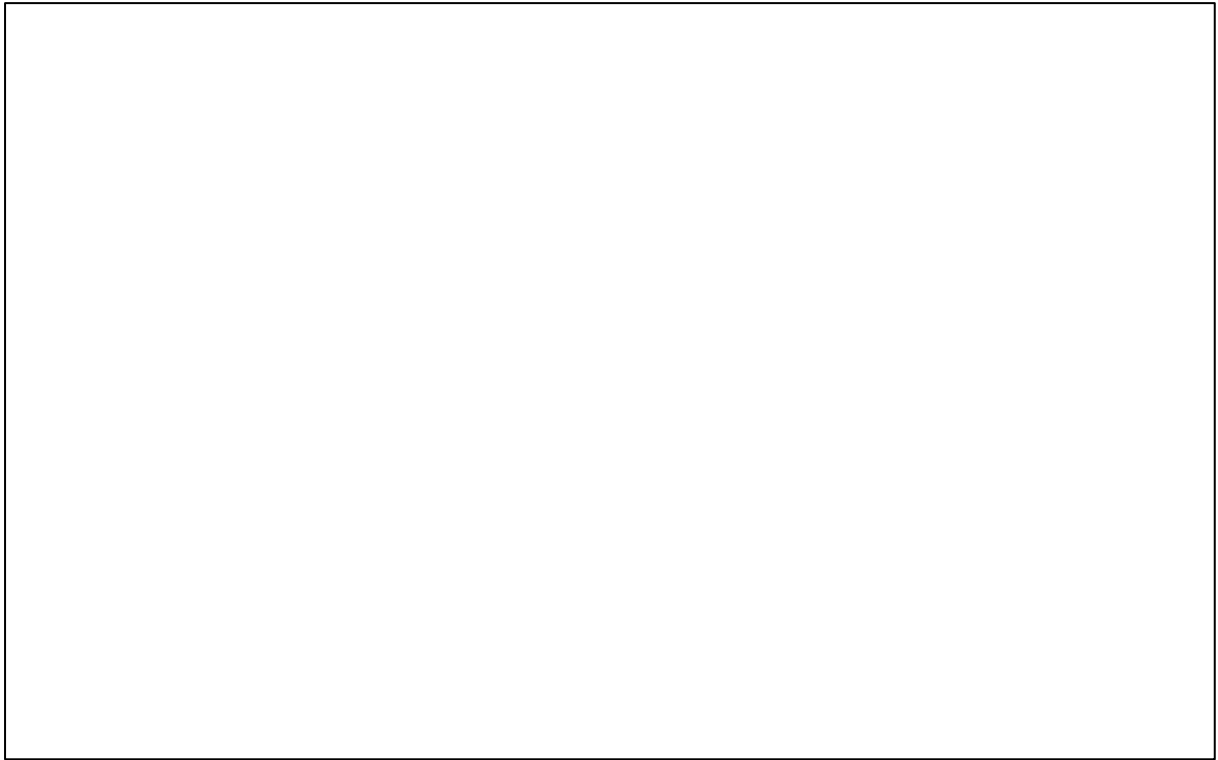
**NOTE :** Le système de coordonnées indiqué ici est différent du système global se référant au rotor. Le système global du rotor a les axes  $x$  et  $z$  corrects, le long desquels vous devez calculer la rigidité latérale.

Le système de poutre local introduit dans cette section se réfère uniquement aux équation différentielle ci-dessous et n'est utile que pour expliquer la poutre d'Euler-Bernoulli.

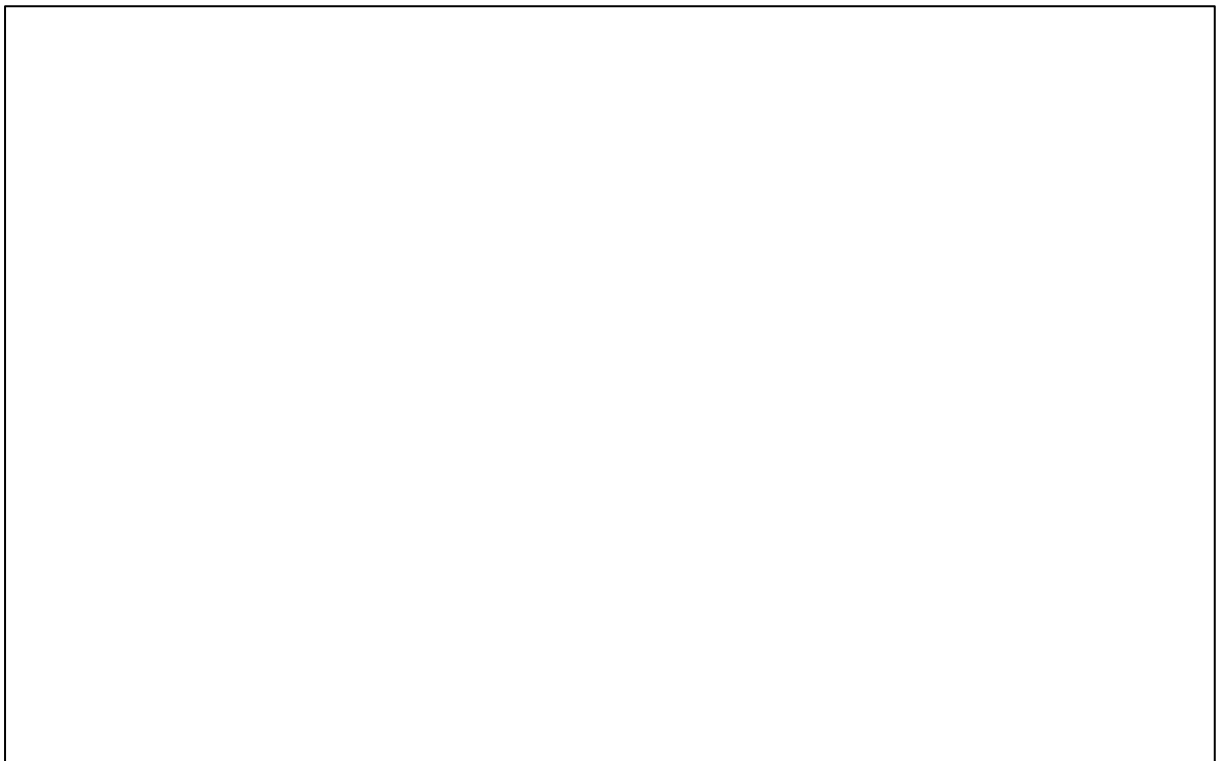
Pour plus d'informations : [https://en.wikipedia.org/wiki/Euler%E2%80%93Bernoulli\\_beam\\_theory](https://en.wikipedia.org/wiki/Euler%E2%80%93Bernoulli_beam_theory) .

## 2. Accélération du groupe d'entraînement

Schéma du modèle cinématique réduit



Courbe d'accélération du groupe



+

Système d'entraînement	Rapport de transmission moteur - courroie	$i_{mc} / m^{-1}$
Système d'entraînement	Rapport de transmission moteur - poulies	$i_{mp} / -$
Système d'entraînement	Rapport de transmission moteur - rotor	$i_{mr} / -$
Moteur	Vitesse stationnaire	$\omega_{ms} / \text{kRPM}$
Moteur	Moment d'inertie réduit	$J_{mz}^* / \text{kg}^*\text{mm}^2$
Poulies	Moment d'inertie réduit	$J_{pz}^* / \text{kg}^*\text{mm}^2$
Rotor	Moment d'inertie réduit	$J_{rz}^* / \text{kg}^*\text{mm}^2$
Rotor	Coef. a couple rotor	$a_r / \text{N}^*\text{m}^*\text{s}$
Rotor	Coef. b couple rotor	$b_r / \text{N}^*\text{m}$
Rotor	Coef a couple rotor réduit	$a_r^* / \text{N}^*\text{m}^*\text{s}$
Rotor	Coef b couple rotor réduit	$b_r^* / \text{N}^*\text{m}$
Système d'entraînement	Coef a couple réduit	$a^* / \text{N}^*\text{m}^*\text{s}$
Système d'entraînement	Coef b couple réduit	$b^* / \text{N}^*\text{m}$
Système d'entraînement	Moment d'inertie réduit	$J_z^* / \text{kg}^*\text{mm}^2$
Système d'entraînement	Temps de démarrage	$t_{99\%} / \text{s}$

## Discussion



## Précisions

Couple moteur :

$$T_m(\omega_m) = T_m = cst$$

Couple résistant du rotor :

$$T_r(\omega_r) = a_r \omega_r + b_r$$

Principe de réduction :

$$T_r^*(\omega_m) \omega_m = T_r(\omega_r) \omega_r$$

Couple résistant du rotor réduit :

$$T_r^*(\omega_m) = a_r^* \omega_m + b_r^*$$

Couple global réduit :

$$T^*(\omega_m) = a^* \omega_m + b^*$$

Equation de mouvement cinématique :

$$J_z^* \dot{\omega}_m = T^*(\omega_m)$$

### 3. Analyse dynamique du groupe d'entraînement

Schéma du modèle dynamique réduit

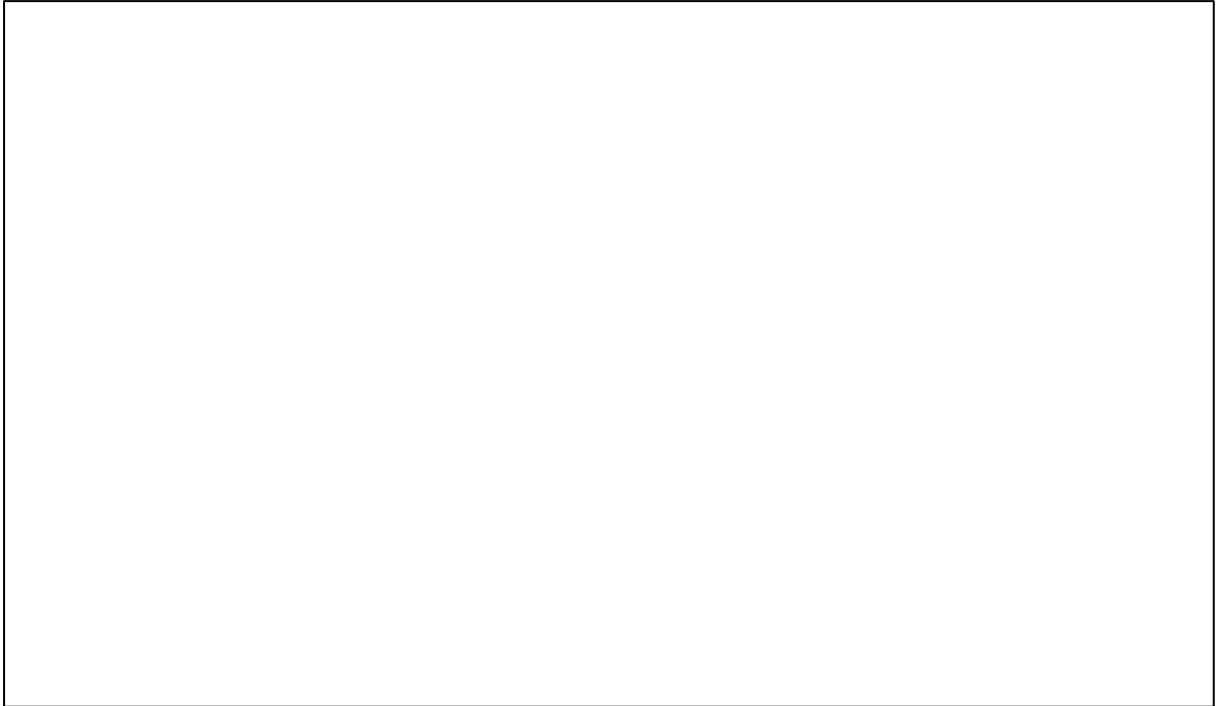
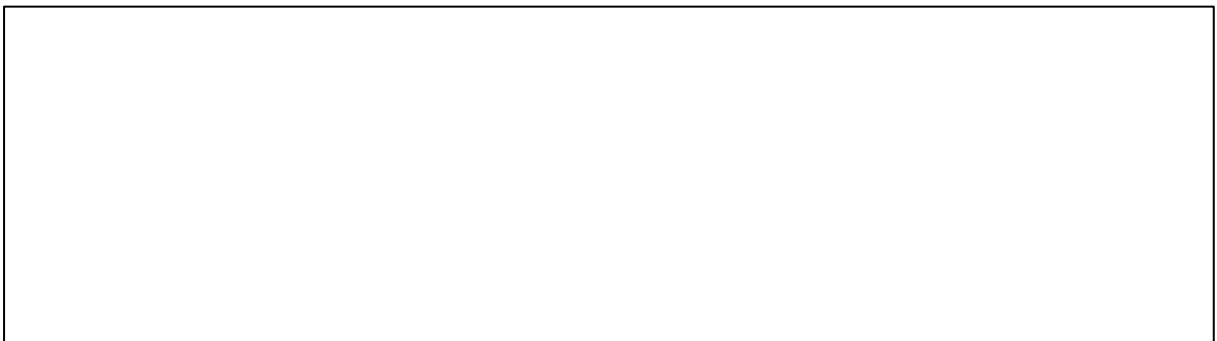


Schéma du modèle dynamique réduit et simplifié



Justification de la simplification





Courroie	Rigidité section 1 réduite	$k_{c1}^* /$ $N^*m^*rad^{-1}$
Courroie	Rigidité section 2 réduite	$k_{c2}^* /$ $N^*m^*rad^{-1}$
Courroie	Rigidité section 3 réduite	$k_{c3}^* /$ $N^*m^*rad^{-1}$
Courroie	Rigidité section 4 réduite	$k_{c4}^* /$ $N^*m^*rad^{-1}$
Courroie	Rigidité section 5 réduite	$k_{c5}^* /$ $N^*m^*rad^{-1}$
Courroie	Rigidité section 6 réduite	$k_{c6}^* /$ $N^*m^*rad^{-1}$
Courroie	Rigidité section 7 réduite	$k_{c7}^* /$ $N^*m^*rad^{-1}$
Système d'entraînement	Vitesse critique minimale	$\omega_{m0,min} /$ kRPM
Système d'entraînement	Pulsation relative maximal	$\beta_{m,max} / \%$
Système simplifié	Erreur relative sur la vitesse critique minimale	$\varepsilon_{\omega} / \%$

## Discussion

## Précisions

Utilisez le modèle simplifié **uniquement** pour calculer l'erreur sur la fréquence naturelle.

## 4. Réponse forcée du rotor

Suggestions:

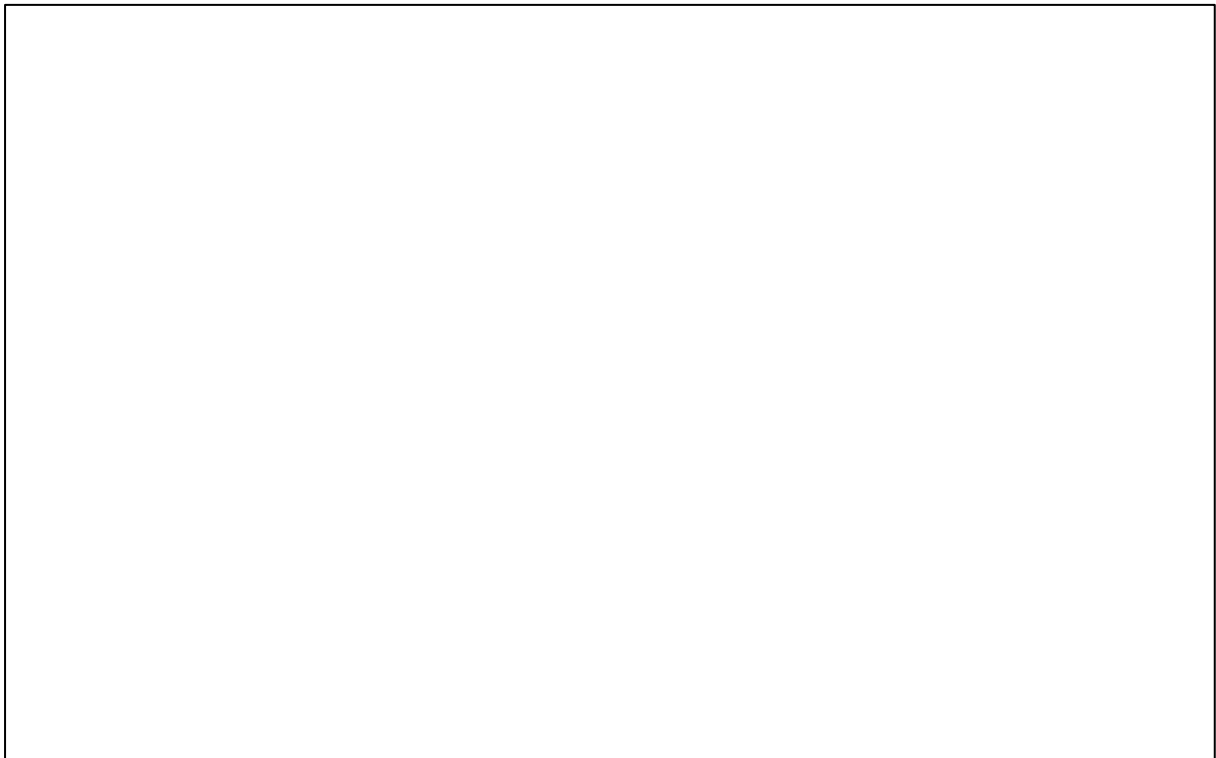
- Utilisez le système de coordonnées suivant

$$\begin{pmatrix} x \\ \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{Déplacement du } \textbf{centre de masse du rotor} \text{ le long de } x \\ \text{Rotation du rotor, positive le long de } Y \end{pmatrix}$$

La direction z positive est orientée à l'opposé des aimants.

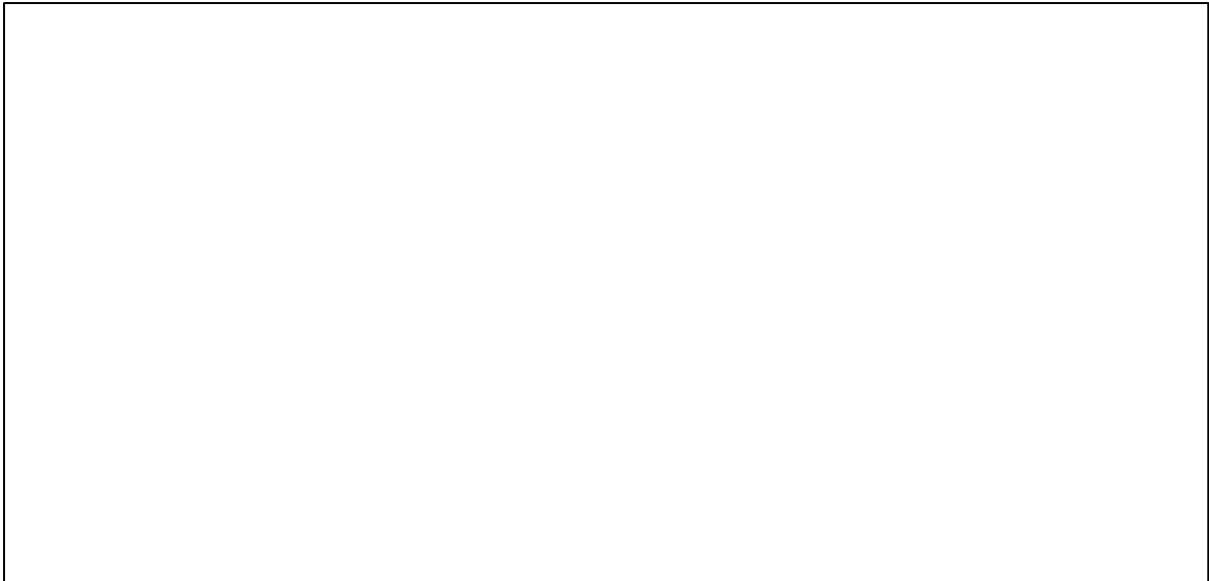
- Comme les deux supports sont identiques, ils ont la même masse  $m_s$

Schéma du modèle dynamique

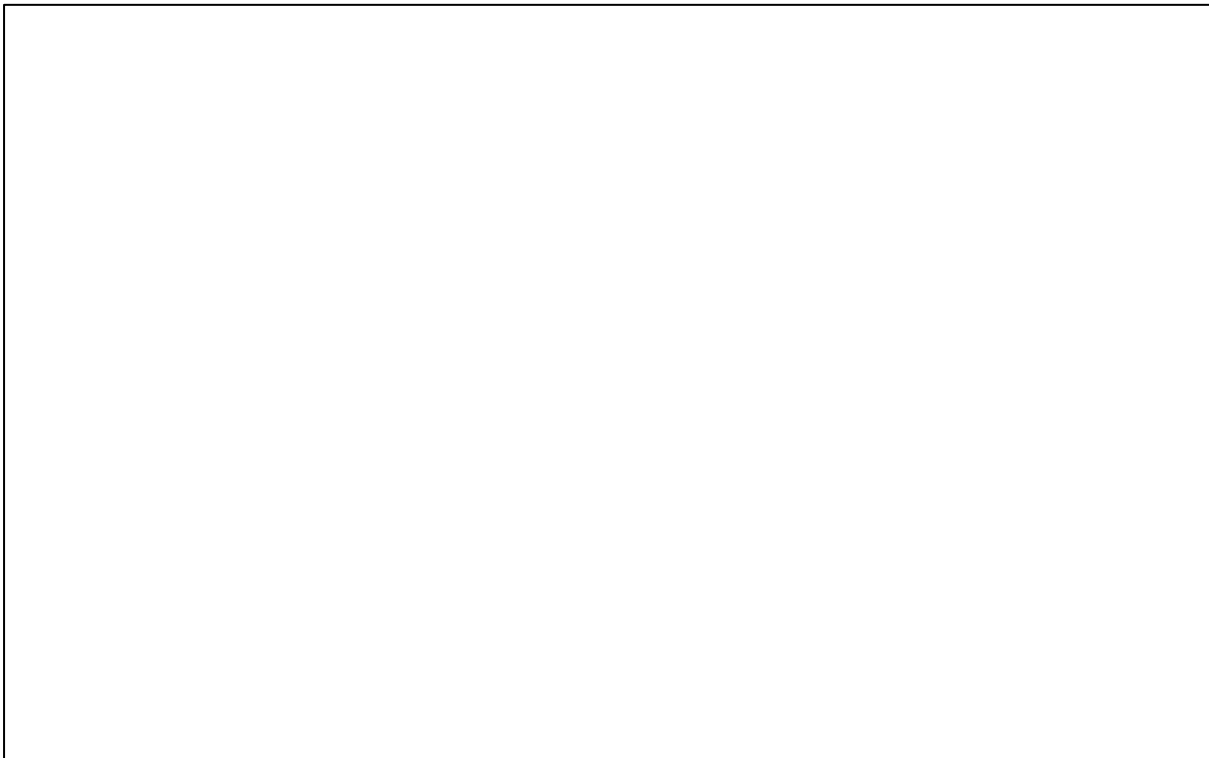


Plage du balourd	U / mg*mm
Masse minimale du support	$m_s$ / g
Première vitesse critique du système (avec la masse des supports choisie)	$\omega_{r01}$ / kRPM
Seconde vitesse critique du système (avec la masse des supports choisie)	$\omega_{r02}$ / kRPM

Matrices de masse et de rigidité / Alternativement : équations libres (homogène) de mouvements.



Courbes de déplacement et d'accélération des supports



## Discussion