



Dynamique des Systèmes Mécaniques

Equilibreuse pour arbres haute vitesse

Rendu

Groupe	Cas d'étude

Membres

Nom	Prénom	Signature

Consignes :

- Le rendu doit être téléchargé sur moodle sous forme de PDF à la fin du projet.
- Remplissez **tous les champs prédéfinis dans les sections 2, 3, et 4**.
- Indiquez **toujours les unités** à la suite des valeurs numériques.
- Indiquez **optionnellement les formules mathématiques** utilisées.
- Utilisez **optionnellement les sections de discussion** pour détailler vos calculs.
- Soignez les schémas et graphiques.
- Les schémas peuvent être faits à la main.
- Il est conseillé d'implémenter un code Matlab et de l'utiliser pour générer les graphiques.

1. Calculs préliminaires

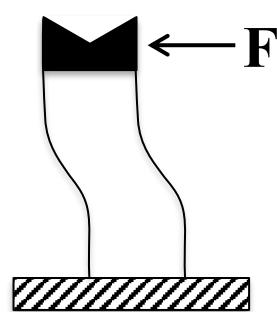
Rotor	Masse	m_r
Rotor	Moment d'inertie selon y (calculé dans le CdG du rotor)	J_{ry}
Rotor	Moment d'inertie selon z (calculé dans le CdG du rotor)	J_{rz}
Balourd	Distance entre position du balourd et CdG du rotor	L_u
Support 1	Distance au CdG du rotor	L_{s1}
Support 2	Distance au CdG du rotor	L_{s2}
Lame	Rigidité selon x	k_{lx}
Lame	Rigidité selon z	k_{lz}
Courroie	Rigidité section 1	k_{c1}
Courroie	Rigidité section 2	k_{c2}
Courroie	Rigidité section 3	k_{c3}
Courroie	Rigidité section 4	k_{c4}
Courroie	Rigidité section 5	k_{c5}
Courroie	Rigidité section 6	k_{c6}
Courroie	Rigidité section 7	k_{c7}

Que pouvez-vous dire de la rigidité des lames selon z ? Quelle hypothèse peut-on faire ?

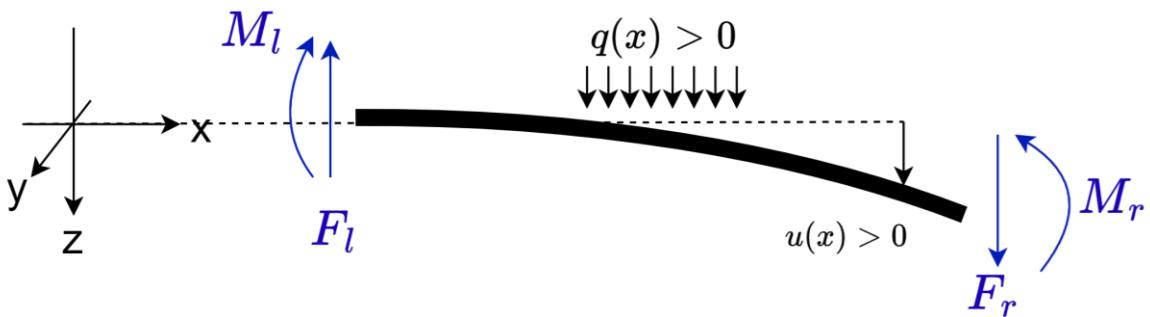
Discussion

Précisions

L'équation pour la rigidité des lames est dépendante de leurs conditions aux limites, que l'on peut ici considérer comme encastrées. Utilisez Euler-Bernoulli pour identifier la rigidité des lames lorsque elles sont soumises à une force latérale.



Rappel: Théorie des poutres Euler Bernoulli



Pour une poutre d'Euler-Bernoulli, il est vrai que $\frac{d^2}{dx^2} \left(EI \frac{d^2 u}{dx^2} \right) = q(x)$

Où $u(x)$ est le déplacement de la poutre le long de l'axe z , et q est la charge répartie.

Pour calculer la rigidité des lames, puisque EI est constant le long de x et que l'on sait qu'une force F agit à l'extrémité de la poutre, nous pouvons écrire l'équation d'Euler-Bernoulli sous la forme d'une équation différentielle du troisième ordre:

$$EI \frac{d^3 u}{dx^3} = -F$$

Utilisez cette équation pour trouver la rigidité demandée.

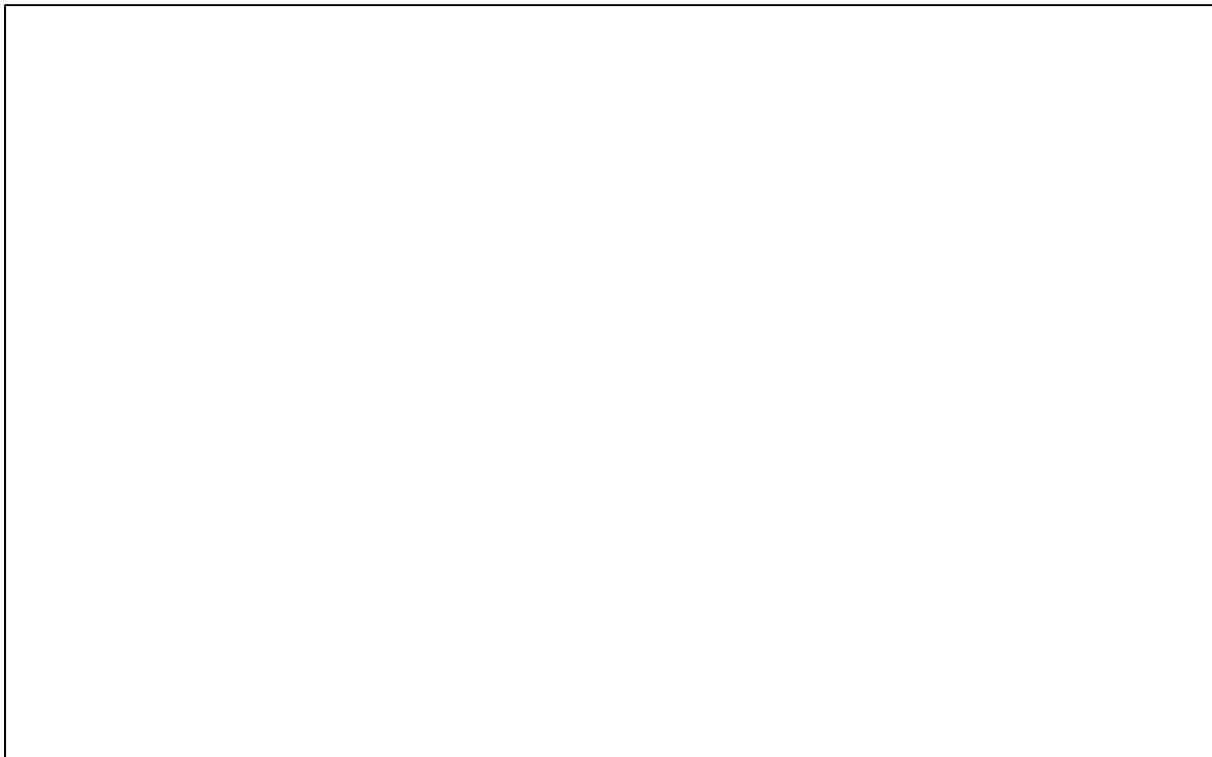
NOTE : Le système de coordonnées indiqué ici est différent du système global se référant au rotor. Le système global du rotor a les axes x et z corrects, le long desquels vous devez calculer la rigidité latérale.

Le système de poutre local introduit dans cette section se réfère uniquement aux équation différentielle ci-dessous et n'est utile que pour expliquer la poutre d'Euler-Bernoulli.

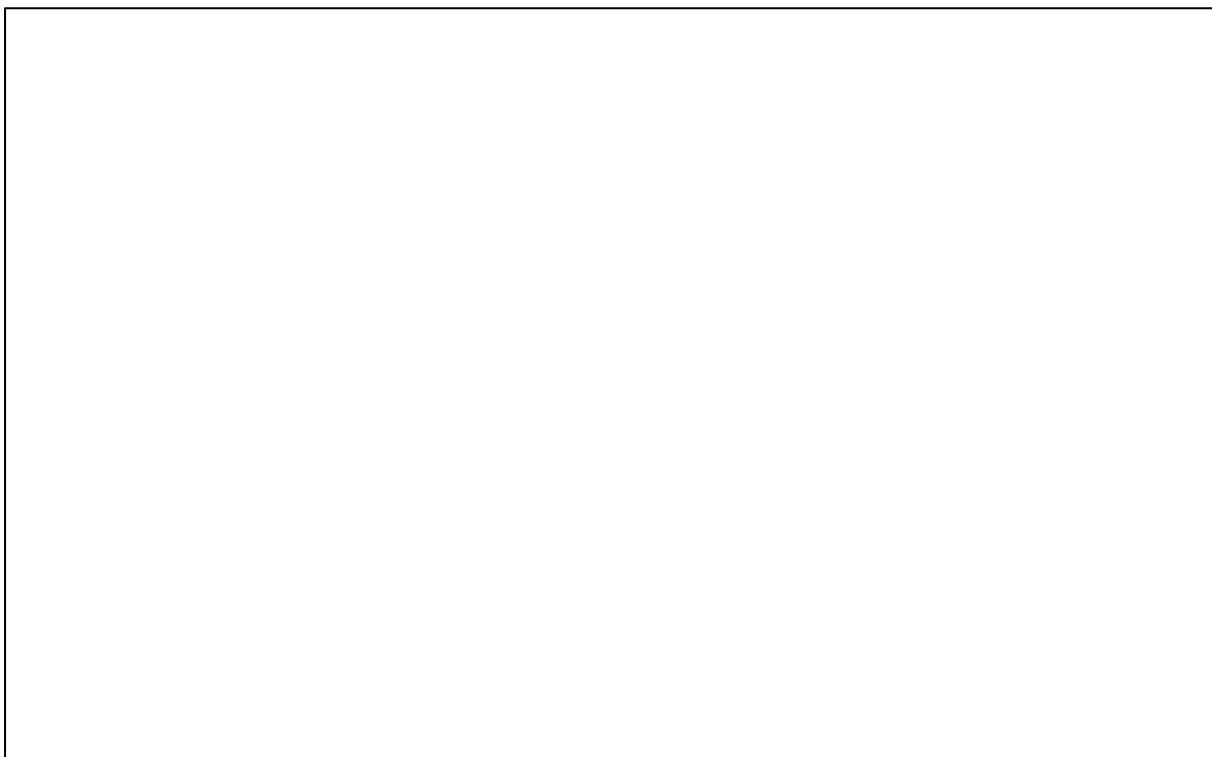
Pour plus d'informations : https://en.wikipedia.org/wiki/Euler%20-%20Bernoulli_beam_theory.

2. Accélération du groupe d'entraînement

Schéma du modèle cinématique réduit



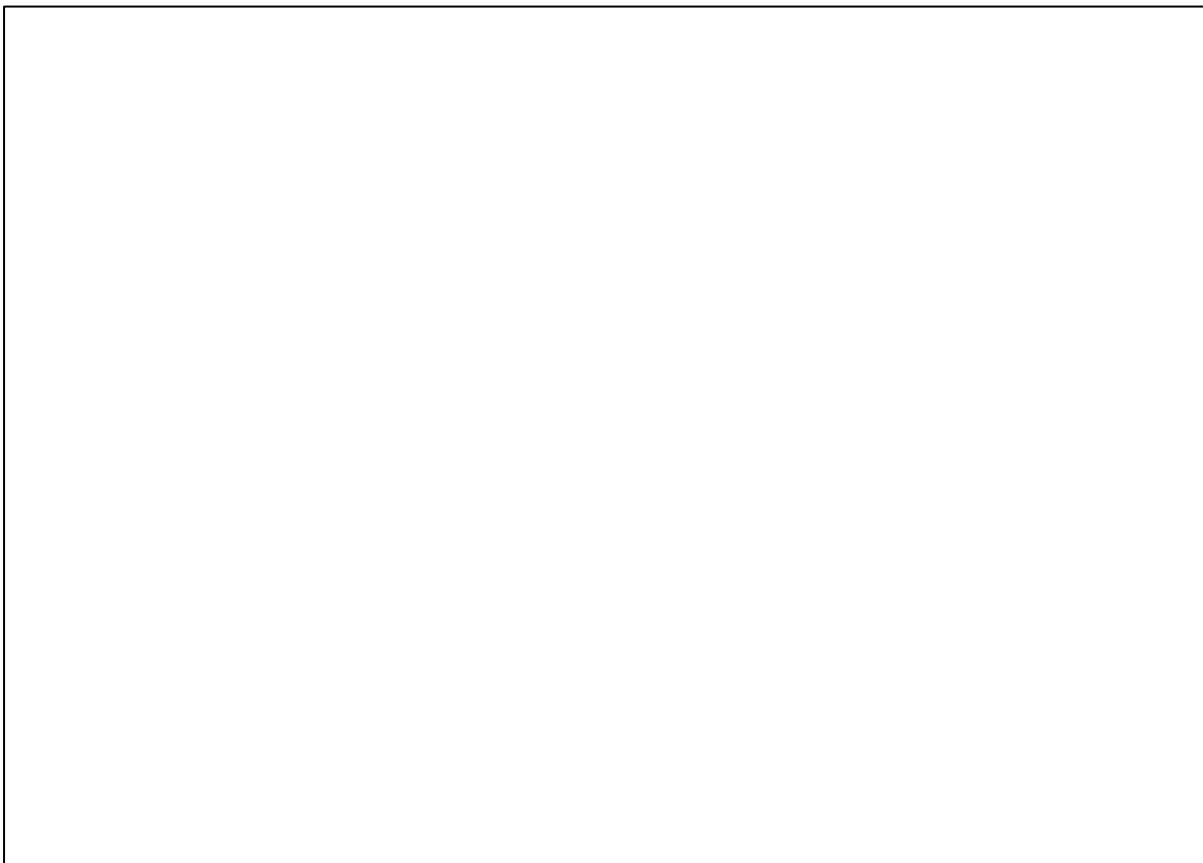
Courbe d'accélération du groupe



+

Système d' entraînement	Rapport de transmission moteur - courroie	i_{mc} / m^{-1}
Système d' entraînement	Rapport de transmission moteur - poulies	$i_{mp} / -$
Système d' entraînement	Rapport de transmission moteur - rotor	$i_{mr} / -$
Moteur	Vitesse stationnaire	$\omega_{ms} / \text{kRPM}$
Moteur	Moment d'inertie réduit	$J_{mz}^* / \text{kg}*\text{mm}^2$
Poulies	Moment d'inertie réduit	$J_{pz}^* / \text{kg}*\text{mm}^2$
Rotor	Moment d'inertie réduit	$J_{rz}^* / \text{kg}*\text{mm}^2$
Rotor	Coef. a couple rotor	$a_r / \text{N}*\text{m}*\text{s}$
Rotor	Coef. b couple rotor	$b_r / \text{N}*\text{m}$
Rotor	Coef a couple rotor réduit	$a_r^* / \text{N}*\text{m}*\text{s}$
Rotor	Coef b couple rotor réduit	$b_r^* / \text{N}*\text{m}$
Système d' entraînement	Coef a couple réduit	$a^* / \text{N}*\text{m}*\text{s}$
Système d' entraînement	Coef b couple réduit	$b^* / \text{N}*\text{m}$
Système d' entraînement	Moment d'inertie réduit	$J_z^* / \text{kg}*\text{mm}^2$
Système d' entraînement	Temps de démarrage	$t_{99\%} / \text{s}$

Discussion



Précisions

Couple moteur :

$$T_m(\omega_m) = T_m = cst$$

Couple résistant du rotor :

$$T_r(\omega_r) = a_r\omega_r + b_r$$

Principe de réduction :

$$T_r^*(\omega_m)\omega_m = T_r(\omega_r)\omega_r$$

Couple résistant du rotor réduit :

$$T_r^*(\omega_m) = a_r^*\omega_m + b_r^*$$

Couple global réduit :

$$T^*(\omega_m) = a^*\omega_m + b^*$$

Equation de mouvement cinématique :

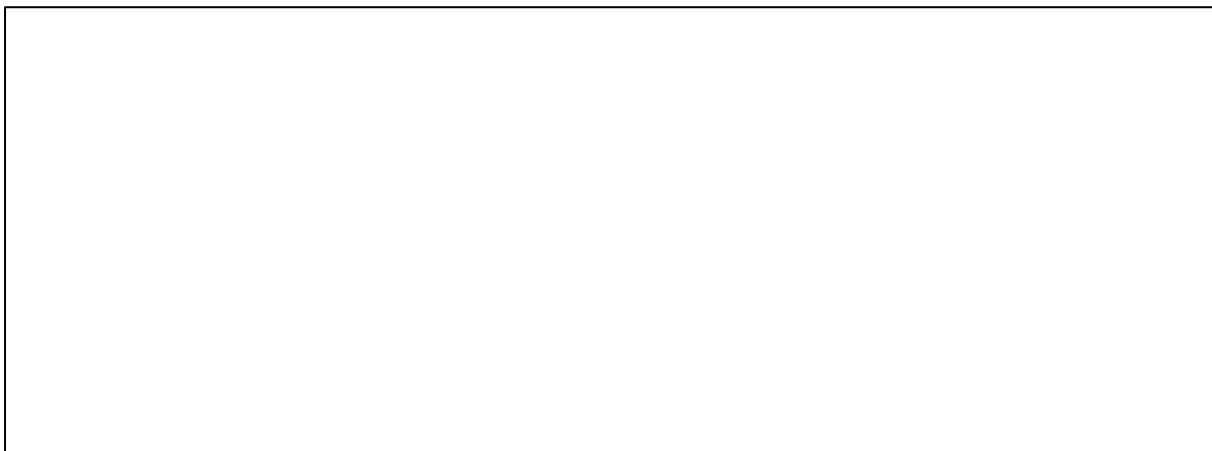
$$J_z^*\dot{\omega}_m = T^*(\omega_m)$$

3. Analyse dynamique du groupe d'entraînement

Schéma du modèle dynamique réduit



Schéma du modèle dynamique réduit et simplifié

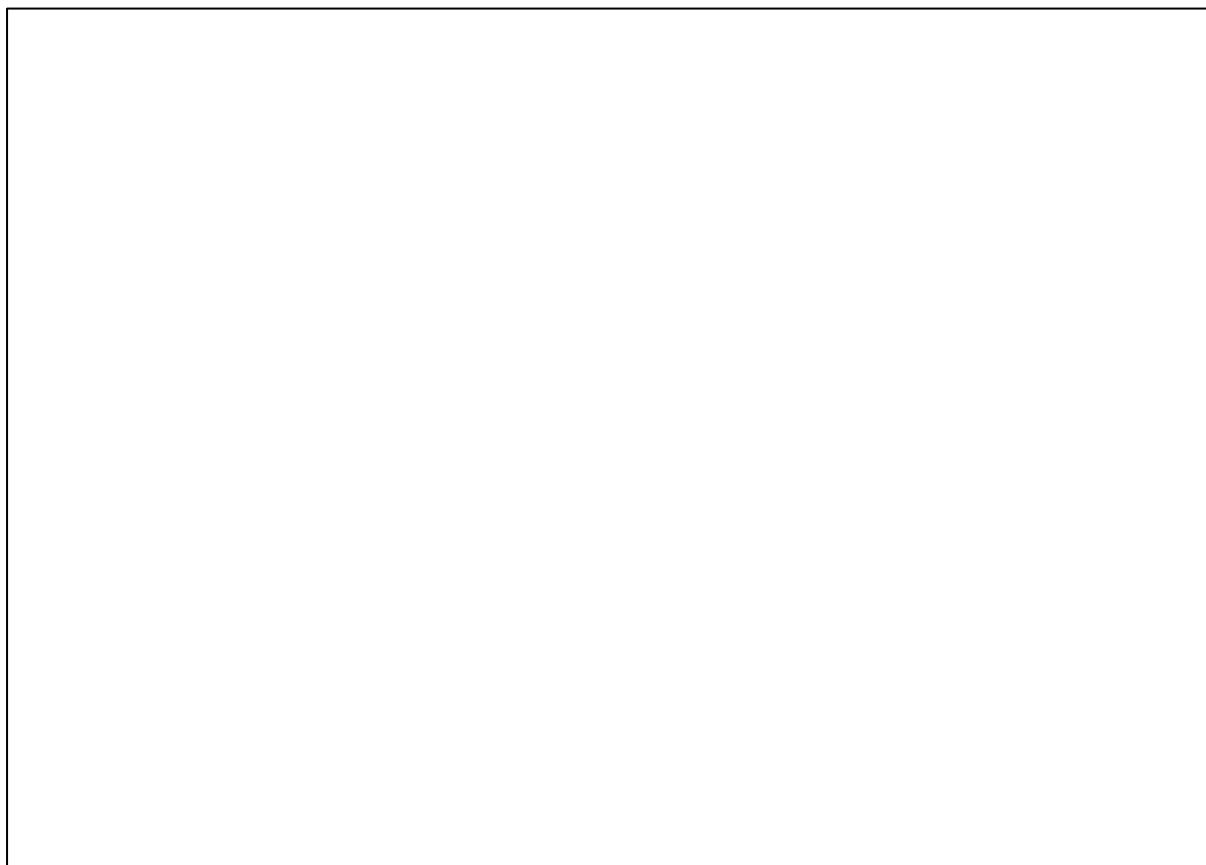


Justification de la simplification



Courroie	Rigidité section 1 réduite	$k_{c1}^* / N*m*rad^{-1}$
Courroie	Rigidité section 2 réduite	$k_{c2}^* / N*m*rad^{-1}$
Courroie	Rigidité section 3 réduite	$k_{c3}^* / N*m*rad^{-1}$
Courroie	Rigidité section 4 réduite	$k_{c4}^* / N*m*rad^{-1}$
Courroie	Rigidité section 5 réduite	$k_{c5}^* / N*m*rad^{-1}$
Courroie	Rigidité section 6 réduite	$k_{c6}^* / N*m*rad^{-1}$
Courroie	Rigidité section 7 réduite	$k_{c7}^* / N*m*rad^{-1}$
Système d'entraînement	Vitesse critique minimale	$\omega_{m0,min} / kRPM$
Système d'entraînement	Pulsation relative maximal	$\beta_{m,max} / \%$
Système simplifié	Erreur relative sur la vitesse critique minimale	$\varepsilon_\omega / \%$

Discussion



Précisions

Utilisez le modèle simplifié **uniquement** pour calculer l'erreur sur la fréquence naturelle.

4. Réponse forcée du rotor

Suggestions:

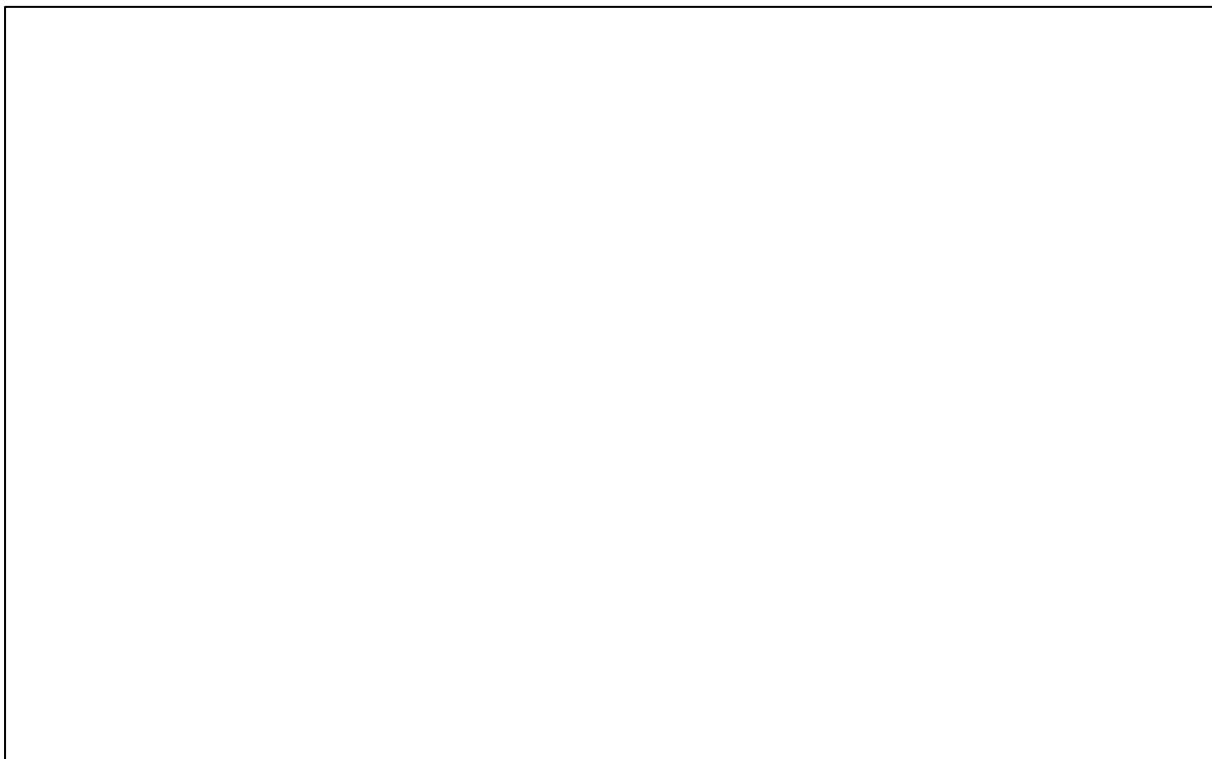
- Utilisez le système de coordonnées suivant

$$\begin{pmatrix} x \\ \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{Déplacement du centre de masse du rotor le long de } x \\ \text{Rotation du rotor, positive le long de } Y \end{pmatrix}$$

La direction z positive est orientée à l'opposé des aimants.

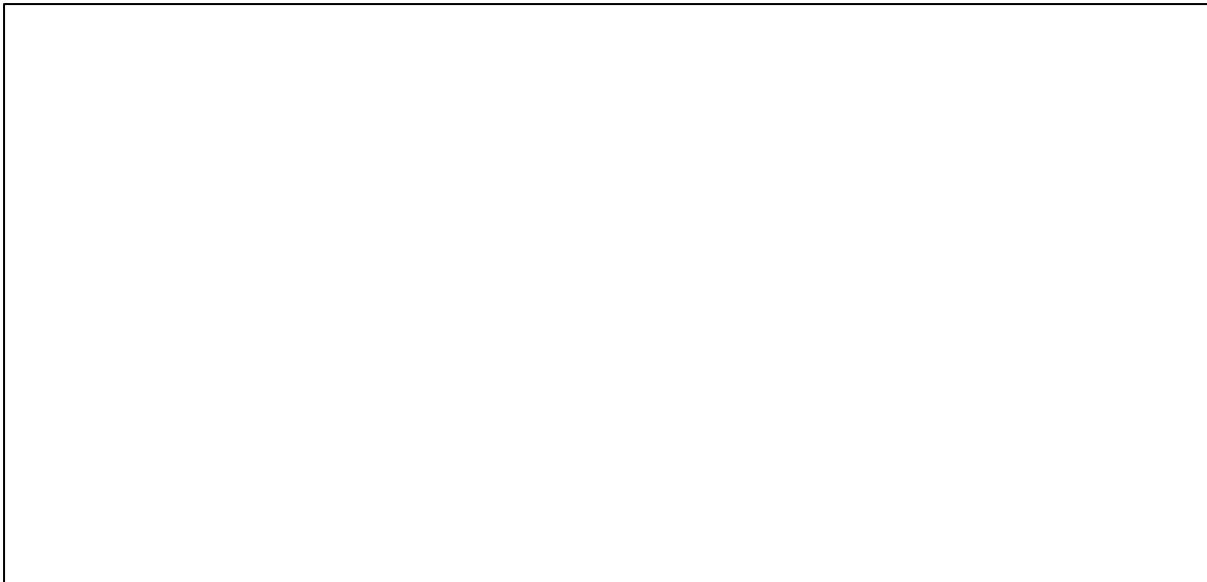
- Comme les deux supports sont identiques, ils ont la même masse m_s

Schéma du modèle dynamique

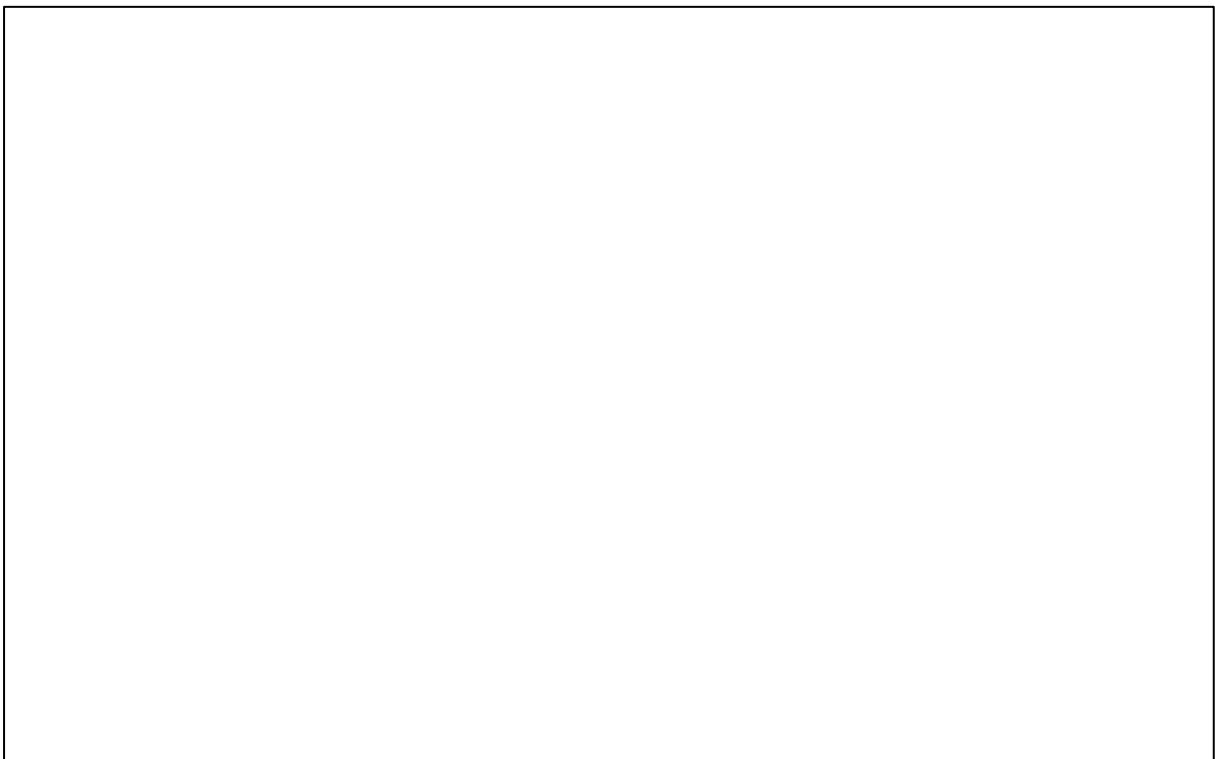


Plage du balourd	$U /$ mg^*mm
Masse minimale du support	m_s / g
Première vitesse critique du système (avec la masse des supports choisie)	$\omega_{r01} /$ kRPM
Seconde vitesse critique du système (avec la masse des supports choisie)	$\omega_{r02} /$ kRPM

Matrices de masse et de rigidité / Alternativement : équations libres (homogène) de mouvements.



Courbes de déplacement et d'accélération des supports



Discussion

